

Un estudio de los significados institucionales del objeto función en cuarto y quinto de secundaria de instituciones educativas estatales

Jacqueline Huanqui Astocondor
Pontificia Universidad Católica del Perú

Resumen

En la investigación se contempla la perspectiva epistemológica del objeto función, dentro del marco teórico del Enfoque Ontosemiótico de Godino; centrándose en el análisis de los significados institucionales (significados de referencia, pretendidos, implementados y evaluados) del objeto función en el Programa Curricular Nacional en la enseñanza escolar de cuarto y quinto grado de secundaria en las instituciones educativas estatales, analizando para el significado de referencia los textos de matemática para cada grado respectivo proporcionados por el Ministerio de Educación. Del análisis de los significados institucionales obtendremos configuraciones epistémicas, la cual nos brindara un panorama de la educación actual en nuestro país, haciendo algunos contrastes.

Justificación

Los resultados de la IV Evaluación Nacional del rendimiento estudiantil 2004 de los estudiantes: solo el 2,9% de los estudiantes de quinto grado de secundaria pertenece al nivel suficiente, nivel considerado como el esperado para todos los estudiantes del grado. Lo preocupante de esta situación es que el resto de estudiantes (97,1%) muestra no haber desarrollado las capacidades matemáticas requeridas para terminar su escolaridad.

A fines del 2005 se puso en marcha un nuevo Diseño Curricular Nacional con el fin de mejorar la enseñanza y resolver algunas de las dificultades encontradas, entre los que figuraba el enfrentar problemas contextualizados.

Además se debe señalar la importancia de analizar los nuevos libros de texto distribuidos a fines del 2005, teniendo presente el Diseño Curricular Nacional en marcha, para generar el objeto función en los estudiantes de cuarto y quinto de secundaria, pues influyen en el aprendizaje del estudiante y además podremos conocer el contexto que emplea.

Y por ultimo, se tiene en cuenta la evaluación realizada a los profesores en nuestro país en el año 2007, la cual arrojó como resultado que alrededor del 70% de ellos en Lima y Callao deben recibir capacitación, para reforzar su preparación y así elevar la calidad de enseñanza.

Objetivos

Identificar, describir y explicar los significados institucionales, del objeto función, implicados en el proceso de estudio en la enseñanza escolar de cuarto y quinto grado de secundaria, en las instituciones educativas estatales, construyendo la configuración epistémica de cada significado.

Establecer la relación de los significados institucionales del objeto función analizando la configuración epistémica de cada uno de ellos.

Marco teórico

En diferentes trabajos, Godino y colaboradores han desarrollado un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS) que considera a los objetos matemáticos (tanto los institucionales como los personales) como entidades emergentes de los sistemas de prácticas realizadas para resolver un campo de problemas. De esta forma, se ofrece un punto de vista pragmático, semiótico y

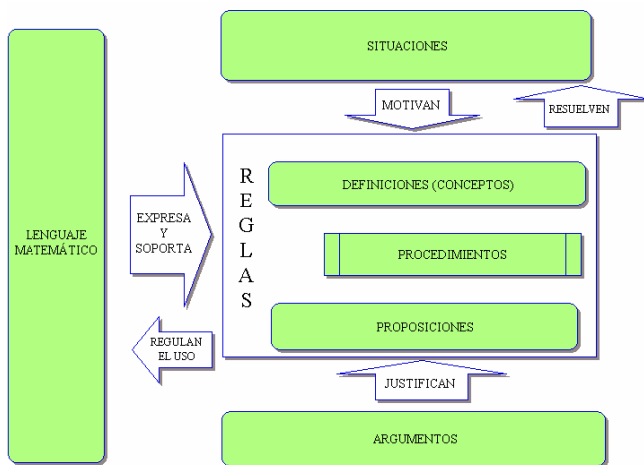
antropológico que puede explicar muchos de los fenómenos que se producen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

En una unidad didáctica (o en cada secuencia de actividades) se introduce un determinado tipo de lenguaje, se proponen una serie de situaciones problemas, se introducen determinados conceptos y también se argumentan determinadas propiedades y acciones (procedimientos, técnicas, etc.). Por tanto, las unidades didácticas (o secuencias de actividades) propuestas en los libros de texto (o en la práctica matemática) se pueden considerar como la presentación, organizada y estructurada, en un determinado periodo de tiempo de *lenguaje, situaciones, conceptos, propiedades, argumentos y acciones*.

En este trabajo se describirá los significados institucionales intervinientes en la práctica del objeto función, para la cual se utiliza diversos elementos del EOS señalando la siguiente tipología de significados institucionales en el cual se centra la investigación:

- **Referencial:** sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido.
- **Pretendido:** sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.
- **Implementado:** en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.
- **Evaluable:** el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.

Además se obtienen **configuraciones epistémicas** para cada significado; entendiéndose por configuración epistémica a la organización de los seis tipos de objetos que se puede observar en cada unidad didáctica (o secuencias de actividades).



Metodología

La metodología que se empleará en la presente investigación será bajo un enfoque:

Cualitativo: pues el objeto de investigación no es algo que se pueda observar y cuantificar.

Interpretativa: pues se tiene en cuenta el sentido de las acciones de los sujetos.

Ontosemiótica: pues las prácticas discursivas y operativas de los sujetos investigados se analizan teniendo en cuenta la ontología de objetos intervinientes y de las relaciones semióticas que se establecen entre ellos.

Descriptiva: pues se ha generado informes narrativos a partir del análisis realizado.

La metodología desarrollada se aplica en el área de didáctica de las matemáticas para analizar el objeto función en la enseñanza en cuarto y quinto de secundaria de las

instituciones educativas estatales. La elaboración del sistema de códigos y relaciones se basa en el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática.

Como en toda investigación cualitativa, el proceso seguido no es lineal, sino que siguen diferentes etapas de diseño, análisis, y reformulación del diseño. Sin embargo, podemos diferenciar dos grandes etapas en el desarrollo del trabajo de campo, una vez completado el primer trabajo de revisión bibliográfica del tema objeto de estudio. En una primera fase se llevo a cabo un estudio cualitativo del contenido teórico, realizando un estudio empírico de los términos y expresiones del lenguaje específico que se presenta en los libros que constituyen la muestra para una parte de los conceptos que se incluyen en el estudio completo. Y en una segunda fase la construcción epistémica de los significados institucionales analizando los objetos matemáticos encontrados.

Posteriormente analizamos de acuerdo con el enfoque ontosemiótico la relación entre los significados pretendidos, de referencia, implementados y evaluados. En el enfoque ontosemiótico se considera que la idoneidad global de un proceso de estudio (planificado o bien efectivamente implementado).

Para el análisis de los libros de texto, se han seleccionado aquellas unidades en las que se tratan temas relacionados con nuestro estudio. Una vez hecha la selección de capítulos, se ha realizado un análisis de contenido de los mismos, en el que se han llevado a cabo los siguientes pasos:

- En primer lugar, se ha realizado una lectura minuciosa de los capítulos que tratan el tema, clasificando y agrupando las diferentes definiciones, propiedades, representaciones y justificaciones e intentando determinar los elementos de significado que contienen: Campos de problemas, contextos, definiciones, algoritmos de cálculo, propiedades, etc. Todo ello como guía para establecer el significado que, desde la institución escolar, se da a estos conceptos.

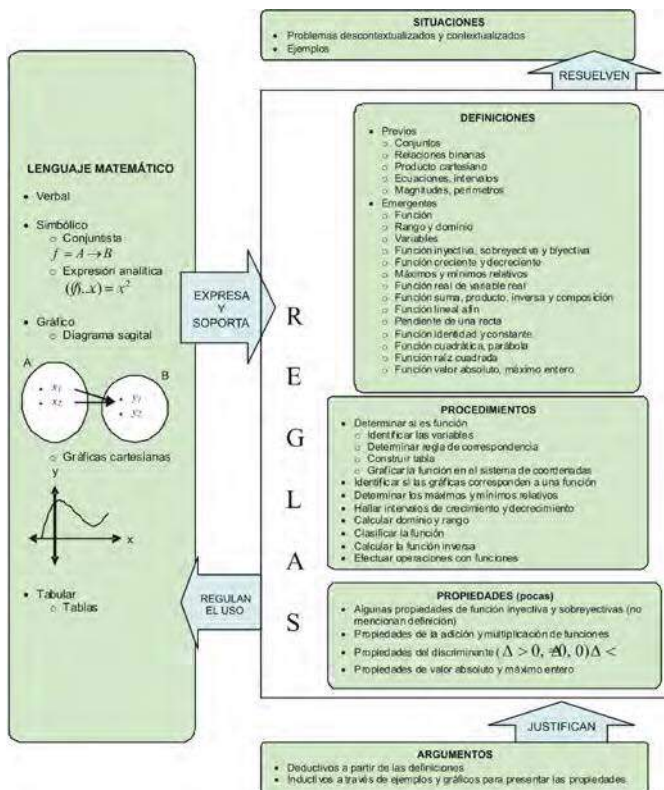
- Para determinar los elementos de significado hemos partido del análisis epistémico, que constituye nuestro significado institucional de referencia y hemos ido determinando cuáles de ellos aparecen en el libro de texto.
- Posteriormente, se ha elaborado la configuración epistémica que recogen los elementos de significado presentes en el texto. Esta presentación de la información nos facilitará el análisis y la extracción de conclusiones al respecto.

Del mismo modo analizaremos un cuaderno diario, donde se observa los significados pretendidos por un docente de una institución educativa estatal siguiendo el Programa Curricular Nacional; un cuaderno del alumno, observando los significados implementados en las sesiones de clase del profesor; y las evaluaciones, donde analizaremos los significados de evaluación que el profesor utilizó para el objeto función en un determinado periodo de tiempo. Al final se tendrán las configuraciones epistémicas de cada significado institucional.

Significados de referencia de cuarto grado de secundaria

Para los significados de referencia se analizaron los textos proporcionados por el Ministerio de Educación, pues se reconoce a éste como texto guía por el docente y los alumnos, así mismo se tuvo en cuenta que ambas prácticas matemáticas se trabajaran con este material. En cuarto grado se trabajó con el texto Matemática 4, la unidad 1: Funciones y progresiones. Se reconoce también como un significado de referencia para el docente el Diseño Curricular Nacional, pero en ésta investigación no se evalúa dicho elemento.

La organización de la unidad de funciones propuesta en este libro Matemática 4 (titulada “Funciones y progresiones”) se puede representar mediante la siguiente *configuración epistémica*:



El concepto de función se define como un caso particular de correspondencia: “una función de X en Y es una regla o correspondencia que asocia a cada elemento de X un único elemento de Y”.

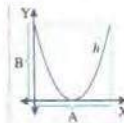
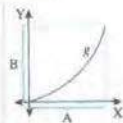
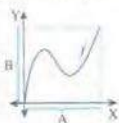
Sean X y Y dos conjuntos no vacíos. Una **función** de X en Y es una regla o correspondencia que asocia a cada elemento de X un único elemento de Y. El conjunto X es el **dominio** de la función. Para cada elemento x en X, el elemento correspondiente y en Y es el **valor** de la función en x , o la **imagen** de x . El conjunto de todas las imágenes de los elementos del dominio es el **rango** de la función.

Figura 1

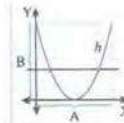
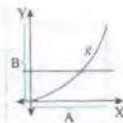
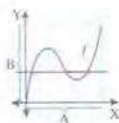
Se presenta de una manera descontextualizada y las situaciones problemas se presentan como ejemplos cuyo objetivo es facilitar al lector la comprensión de las definiciones (en un 10%) y también son presentadas después de ciertos contenidos (90%) como problemas descontextualizados con el objetivo de que los alumnos apliquen las definiciones dadas (ver los ejercicios de refuerzo de lo aprendido del texto escolar). Es decir, las situaciones problema sólo tienen la función de reforzar el concepto de función, en ningún caso sirven para que se construya dicho concepto a partir de ellas.

Ejemplo 3

Clasificamos cada una de las funciones f , g y h , definidas de A en B , dadas por las siguientes representaciones gráficas.



- Trazamos rectas paralelas al eje X y observamos si intersecta en uno o más puntos a cada gráfica.



- f no es inyectiva, pues la recta trazada por un y que pertenece a B tiene más de un punto de intersección con la gráfica.
- f es sobreyectiva, pues cualquier recta horizontal trazada por un y que pertenece a B , intersecta a la gráfica.
- g es inyectiva, pues cualquier recta horizontal trazada por un y que pertenece a B , intersecta en un solo punto a la gráfica.
- Se observa también que g es sobreyectiva.
- Al ser g inyectiva y sobreyectiva a la vez, se concluye que g es biyectiva.
- h no es inyectiva, pues la recta trazada por un y que pertenece a B tiene más de un punto de intersección con la gráfica.
- h es sobreyectiva, pues cualquier recta horizontal trazada por un y que pertenece a B , intersecta a la gráfica.

Figura 2

El lenguaje utilizado es variado. Para la representación de funciones se utilizan enunciados, tablas, gráficas y expresiones simbólicas, según el concepto que se quiera presentar. Se contemplan las conversiones entre diferentes formas de representación y que por lo general es la conversión de expresión simbólica a gráfica.

Ejemplo 2

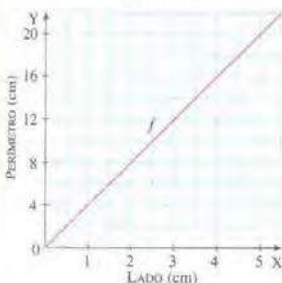
Representamos y expresamos la función que relaciona la medida de los lados de un cuadrado y su perímetro.

Mediante un texto (un texto o frase que relacione las dos magnitudes). "El perímetro de un cuadrado depende o está en función de la longitud del lado del cuadrado".

Mediante una tabla (una tabla de valores que relacione las dos magnitudes). En este caso, la variable independiente es la longitud del lado del cuadrado y la variable dependiente es el perímetro del cuadrado.

LADO DEL CUADRADO (cm)	x	0	...	1	...	2	...	5	...
PERÍMETRO (cm)	$f(x)$	0	...	4	...	8	...	20	...

Mediante una gráfica que relacione las dos magnitudes.



- En la gráfica de la función, unimos todos los puntos a través de una línea, ya que la longitud del lado del cuadrado puede tomar como valor cualquier número real positivo.

- El **dominio** de la función $D(f)$ es el conjunto de todos los valores posibles que cumplen con la condición "longitud del lado del cuadrado"; esto es, todos los números mayores que 0:
 $x \in]0; +\infty[$

- El **rango o recorrido** de la función $R(f)$ queda determinado por todos los valores que resultan de multiplicar por 4 cada uno de los valores del dominio:
 $y \in]0; +\infty[$

Mediante una ecuación (una expresión algebraica que relacione las dos magnitudes). Si llamamos $f(x)$ al perímetro del cuadrado y x a la longitud del lado del cuadrado, la ecuación es: $f(x) = 4x$.

Figura 3

La metodología implícita es la siguiente: el texto presenta las definiciones de los conceptos generales, muestra ejemplos, propone ejercicios descontextualizados encontrando algunas propiedades (de manera inductiva). Posteriormente el lector ha de aplicar dichos conceptos y propiedades a la resolución de problemas en su mayoría descontextualizados, cuyo objetivo es la aplicación de los objetos matemáticos introducidos en la unidad (de manera deductiva). Solo en pocos casos (un 10%) introduce una propiedad a través de ejemplos donde se supone que el lector debe observar las características de éstas, definiéndola posteriormente. Veamos la figura 4 donde se aprecia que un ejemplo sirve de refuerzo de la definición, pero este a su vez sirve para introducir una propiedad.

Definición:

► Función identidad

La **función identidad** se define como el conjunto de pares ordenados (x, y) cuya segunda componente, y , es igual a la primera componente. Esta función es de la forma $f(x) = x$.

Ejemplo:

Ejemplo 16

Graficamos $f(x) = x$.

- Elaboramos una tabla de valores y graficamos.

x	...	-2	-1	0	1	2	...
$f(x)$...	-2	-1	0	1	2	...

- La imagen de cada número es igual a su preimagen.

$$D(f) = \mathbb{R} \text{ y } R(f) = \mathbb{R}$$

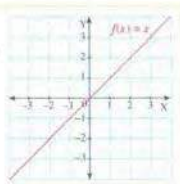


Figura 4

Algunas de las propiedades se “demuestran” a través de un par de ejemplos; es el caso de las funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas las cuales solo se presentan a través de ejemplos señalando algunas de las características que deberían tener, pero no se las define posteriormente. (ver figura 5)

<p>Dados $M = \{1; 3; 5\}$ y $N = \{2; 4; 6; 10\}$, establecemos la relación: $f: M \rightarrow N$, definida por $f(x) = 2x$.</p> <p>$f: M \rightarrow N = \{(1; 2), (3; 6), (5; 10)\}$ Observamos que a los elementos del rango de la función le corresponde una, y sólo una, preimagen.</p> <p>f es una función inyectiva.</p>	<p>Dados $P = \{-2; -1; 1; 2\}$ y $Q = \{0; 3\}$, establecemos la relación: $g: P \rightarrow Q$, definida por $g(x) = x^2 - 1$.</p> <p>$g: P \rightarrow Q = \{(-2; 3), (-1; 0), (1; 0), (2; 3)\}$ Observamos que los elementos del rango de la función coinciden con los elementos del conjunto de llegada.</p> <p>g es una función sobreyectiva.</p>	<p>Dados $R = \{1; 2; 3\}$ y $S = \{-2; -1; 0\}$, establecemos la relación: $h: R \rightarrow S$, definida por $h(x) = x - 3$.</p> <p>$h: R \rightarrow S = \{(1; -2), (2; -1), (3; 0)\}$ Observamos que la función es inyectiva y sobreyectiva a la vez.</p> <p>h es una función biyectiva.</p>
---	--	---

Figura 5

Las situaciones problemas se presenta en gran cantidad a través de ejercicios de refuerzo de lo aprendido donde se aplica las técnicas (procedimientos) enseñadas pudiendo aplicar diversas operaciones estudiadas; además estos ejercicios que refuerzan lo aprendido se presentan en 3 niveles específicos: básico, intermedio y avanzado.

Esta unidad es seguida de otras unidades en Matemática 5 tituladas “Funciones exponenciales y logarítmicas” y “Funciones trigonométricas”. En los aprendizajes previos se identificaron los conceptos de correspondencia, relaciones binarias y ecuaciones.

Referencias

- Eisenhart, M. A. (1988). The ethnographic research tradition and mathematics education research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19 (2), 99-114.
- Fernández, T., Cajaraville, J. A. y Rodino, J. D. (2007). Configuraciones epistémicas y cognitivas en tareas de visualización y razonamiento espacial.
- Font, V. (2005). Funciones y derivadas.
- Font, V. y Godino, J. D. (2007). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos

matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matematica Pesquisa* (en prensa)

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf

Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3): 325-355.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2006). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Disponible en http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_1mayo06.pdf

Goetz, J. P. y Lecompte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.

Inglada, N. y Font, V. (2003) Significados Institucionales y Personales de la Derivada. Conflictos Semióticos Relacionados con la Notación Incremental. Córdoba. http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/cordoba_2003/IngladaFont.pdf

Kirk, J. y Miller, M. L. (1986). *Reliability and validity in qualitative research*. London: Sage.

Luque, H. (2007). Lo que saben los alumnos a partir de las evaluaciones nacionales de rendimiento.

Ortiz, J. J. (2002). La probabilidad en los libros de texto.

Ramos, A. (2005). Objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado y cambios Institucionales. El caso de la contextualización de las funciones en una facultad de ciencias económicas y sociales. Tesis doctoral. Barcelona.

Serrano, L. (1996). Significados institucionales y personales de objetos matemáticos ligados a la aproximación frecuencial de la enseñanza de la probabilidad.

Steinbring, H. (2006). What makes a sign a mathematical sign? – An epistemological perspective on mathematical interaction. *Educational Studies in Mathematics*, 61 (1-2): 133-162.

Wittgenstein, L. (1953). *Investigaciones filosóficas*. Barcelona: Crítica.

Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular.
<http://destp.minedu.gob.pe/secundaria/nwdes/pdfs/disenocurricularnacional.pdf>

Evaluación Nacional del Rendimiento Estudiantil 2004 en el área de matemática en tercer y quinto grado de secundaria. Ministerio de Educación.
http://www.minedu.gob.pe/umc/2004/marctrab/MatematicaS3_5.pdf